

Application du théorème de Bayes sur la probabilité conditionnelle

Cas :

Patiente de 55 ans présentant de l'angine atypique dont l'épreuve d'effort est électriquement positive (sous-décalage du segment ST de 1,2 mm en V5). On décide de lui faire passer une scintigraphie myocardique (MIBI) auquel on attribue une sensibilité de 91% et une spécificité de 76% pour diagnostiquer une maladie coronarienne significative.

Questions :

- 1- Quelle sera la probabilité post-test de la présence d'une maladie cardiaque athérosclérotique (MCAS) significative (*post-test disease likelihood*) si le MIBI est positif, et si le MIBI est négatif ?
- 2- Quelle est la précision (*accuracy*) du MIBI ? Et si la sensibilité du MIBI diminue à 50%, et sa spécificité augmente à 95%, que devient sa précision ?

Solutions :

1- La probabilité post-test de la présence de MCAS dépend de la prévalence ou en d'autres mots, de la probabilité pré-test de la présence de MCAS (*pre-test disease likelihood*) dans la population étudiée, et des spécificité et sensibilité du test. Selon la table, la prévalence (probabilité pré-MIBI) de MCAS significative pour le groupe de femmes entre 50 et 59 ans qui présence de l'angine atypique et un sous-décalage entre 1 et 1,5 mm est de 50%.

Voici les formules pour calculer les probabilités post-tests à partir du nombre des vrais et faux positifs (VP et FP) et du nombre des vrais et faux négatifs (VN et FN) :

	Formules
A-Probabilité post-test de la présence de maladie avec test positif (ou valeur prédictive positive)	$VP / (VP + FP)$
B-Probabilité post-test de la présence de maladie avec test négatif	$FN / (FN + VN)$
C-Probabilité post-test de l'absence de maladie avec test positif	$FP / (FP + VP)$
D-Probabilité post-test de l'absence de maladie avec test négatif (ou valeur prédictive négative)	$VN / (VN + FN)$

Pour déduire VP, VN, FP, et FN, il existe deux méthodes. La première consiste à utiliser les formules élaborées avec les valeurs de prévalence (P), de sensibilité (SE), et de spécificité (SP) du test que voici :

$$VP = P \times SE$$

$$VN = (1-P) \times SP$$

$$FP = (1-P) (1-SP)$$

$$FN = P (1-SE)$$

Ainsi, dans notre exemple ($P=50\%=0,5$, $SE=91\%=0,91$, et $SP=76\%=0,76$), la probabilité post-test de la présence de MCAS est de 0,79 (79%) si le MIBI est positif et est de 0,11 (11%) si le MIBI est négatif selon les formules A et B respectivement.

L'autre méthode consiste à résoudre un système à 2 équations issues des formules pour calculer la SE et la SP :

$$SE = VP / (VP + FN)$$

$$SP = VN / (VN + FP)$$

Notre P est de 50%, donc pour 1000 patients, il y a 500 malades (avec MCAS) et 500 non-malades :

$$\text{Malades} = VP + FN = 500, \text{ donc } FN = 500 - VP$$

$$\text{Non-malades} = FP + VN = 500, \text{ donc } VN = 500 - FP$$

Si on reprend les équations de la SE et la SP :

$$SE = VP / (VP + 500 - VP) = VP / 500$$

$$SP = (500 - FP) / (500 - FP + FP) = (500 - FP) / 500$$

Ici, la SE est de 91%, donc $VP=455$, et la SP est de 76%, donc $FP=120$.

On peut ainsi déduire VN et FN (voir ci-haut) et donc calculer les valeurs prédictives du test à partir des formules du tableau (voir ci-haut).

Pour illustrer tout ceci, voici ce tableau :

	Malades (MCAS)	Non-malades
MIBI positif	VP=455	FP=120
MIBI négatif	FN=45	VN=380
	500	500

2- La précision (*accuracy*) d'un test est la somme des vrais positifs et négatifs ($VP + VN$) divisé par le nombre de tests ($VP + VN + FP + FN$), donc celle-ci dépend à la fois des sensibilité et spécificité, mais aussi de la prévalence. Dans ce cas, la précision du test est de 83,5%.

Si la sensibilité du MIBI diminue à 50%, et sa spécificité augmente à 95% (la prévalence ne change pas), les données du tableau deviennent celles-ci :

	Malades (MCAS)	Non-malades
MIBI positif	VP=250	FP=25
MIBI négatif	FN=250	VN=475
	500	500

La précision diminue donc à 72,5%.

Annie Tremblay, R5 en cardiologie